

# 自由表面二维平面射流冲击传热的理论分析

马重芳

(北京工业大学环境与能源工程学院, 北京, 100022)

陈永昌

(西安交通大学能动学院, 西安, 710049)

**摘要** 对二维平面射流冲击平板时的层流流动(和传热)给出了速度和温度边界层的综合解析,用积分方法得到了平面射流冲击传热的驻点区和部分壁面射流区的换热关系式,并将等热流壁面的分析结果与实验数据进行比较,结果基本吻合。

**关键词** 平面射流, 射流冲击传热, 边界层理论分析

**分类号** TK 124

射流冲击换热作为最有效的强化传热手段,越来越多地用于冶金、微电子设备冷却及热机冷却等工程技术领域。随着射流冲击传热的实验研究和应用的深入和广泛,更多的研究者在关注射流冲击换热实验和理论的完善,进一步探讨射流冲击流动与传热的理论已变得非常必要。Liu 和 Lienhard<sup>[1]</sup>考虑了普朗特数  $Pr$  的影响,采用积分方法得到了圆形射流层流和湍流的传热解,与水射流的实验结果较为吻合。但其理论结果只限于壁面等热流的边界条件。马重芳等<sup>[2,3]</sup>对自由表面圆形的流动和传热进行了全面的理论分析,考虑  $Pr$  的影响,得到流动和传热理论解,并扩展到任意壁面热流的情况。有关平面射流流动传热的理论分析,尚未见到有关文献的报道,本文的研究目的正是为了弥补这个空白。为了从理论和实验角度全面考察自由表面平面射流冲击的规律,作者采用积分方法对自由表面平面射流冲击的流动和传热进行解析,考虑  $Pr$  数的影响,得到任意壁面热流条件下传热理论解,并将等壁面传的实验数据与分析结果进行了比较。

如图1和表1所示,根据平面射流冲击流动和传热特性的不同,将整个传热表面的来流划分为4个区域。在本文中我们只讨论 I, II 两区,因为在工程上,我们通常只涉及到这两个区域。

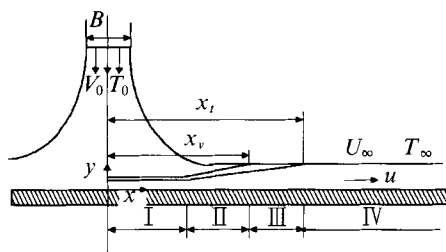


图1 自由表面平面射流冲击流动边界层分布

表1 自由表面液体平面射流冲击流动边界层划分

| 区域           | I          | II               | III                | IV        |
|--------------|------------|------------------|--------------------|-----------|
| $Pr \geq 10$ | $x \leq B$ | $B < x \leq x_s$ | $x_t < x \leq x_f$ | $x_f < x$ |

## 1 理论分析

### 1.1 速度边界层分析

#### 1.1.1 驻点区 I

根据边界层理论<sup>[4]</sup>,得到动量积分方程

收稿日期: 2000-03-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(59966002);北京市教委基金资助项目

$$\frac{\mu \frac{\partial u}{\partial y} |_{y=0}}{\rho U_{\infty}^2} = \frac{d\delta_2}{dx} + \left(2 + \frac{\delta_1}{\delta_2}\right) \frac{\delta_2}{U_m} \frac{dU_m}{dx} \quad (1)$$

对于驻点区的流动,在速度边界层的边界上满足条件

$$y = 0, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{U_{\infty}}{\nu} \frac{dU_{\infty}}{dx} \quad (2)$$

$$y = \delta, \quad \frac{\partial^n u}{\partial y^n} = 0 \quad (3)$$

根据边界条件,可以选取4次多项式作为边界层速度表达式

$$(u / U_{\infty}) = f(\eta) = (2\eta - 2\eta^3 + \eta^4) + (\Lambda / 6) \eta (1 - \eta)^3 \quad (4)$$

式中

$$\eta = \frac{y}{\delta}; \quad \Lambda = \frac{\delta^2}{\nu} U_{\infty}' = \frac{\delta^2}{B^2} Re$$

其中:  $Re$  为雷诺数;  $B$  为

如果令

$$C_1 = \int_0^1 [1 - f(\eta)] d\eta; \quad C_2 = \int_0^1 f(\eta) [1 - f(\eta)] d\eta$$

则

$$\delta_1 = C_1 \delta, \quad \delta_2 = C_2 \delta$$

将式(4)及 $\delta_1, \delta_2$ 代入式(1),整理后得

$$\frac{\nu B \left(2 + \frac{\Lambda}{6}\right)}{V_0 \delta x} = C_2 \frac{d\delta}{dx} + (2C_2 + C_1) \frac{\delta}{x} \quad (5)$$

根据驻点流动的特征  $x = 0$  时,  $\delta$  为有限值,则式(5)解为

$$\delta = B Re^{-0.5} \left(\frac{2 + \Lambda / 6}{2C_2 + C_1}\right)^{0.5} \quad (6)$$

将式(6)及式(4)进行联立求解得

$$\delta = 2.749 B Re^{-0.5}; \quad \Lambda = 7.052 \quad (7)$$

根据上述推导,最后得到边界层速度分布

$$f(\eta) = (2\eta - 2\eta^3 + \eta^4) + 1.1753 \eta (1 - \eta)^3 \quad (8)$$

### 1.1.2 壁面流动区 II

根据动量守恒方程,由于  $dP / dx = 0$ ,则得到该区内积分形式动量守恒方程

$$\frac{\mu \frac{\partial u}{\partial y} |_{y=0}}{\rho U_{\infty}^2} = \frac{d\delta_2}{dx} \quad (9)$$

又根据相应的流动边界条件,得到速度边界层内速度分布表示式

$$\frac{u}{V_0} = \frac{3}{2} \eta - \frac{1}{2} \eta^3 \quad (10)$$

此时

$$\delta_2 = \frac{39}{280} \delta \quad (11)$$

将式(11)代入式(9),整理后得

$$\frac{d\delta^2}{dx} = \frac{280}{13} \frac{\nu}{V_0} \quad (12)$$

根据速度边界层厚度 $\delta$ 的连续变化,将式(7)代入式(12)求解得

$$\delta \cong 2.9517 B^{0.281} x^{0.719} Re^{-0.5} \tag{13}$$

### 1.2 热边界层分析

根据边界条件,可以得到热边界层内温度分布表达式:

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} = 1 - 2 \frac{y}{\Delta} + 2 \left(\frac{y}{\Delta}\right)^3 - \left(\frac{y}{\Delta}\right)^4 \tag{14}$$

根据能量微分方程,得到能量方程积分形式

$$\frac{\int_0^x q dx}{\rho U_\infty C_p} = \Delta_1 (T_w - T_\infty) \tag{15}$$

将式(14)、(15)应用于驻点区传热得

$$\Delta_1 \cong 0.2115 (\Delta^2 / \delta) - 0.1423 (\Delta^3 / \delta^2) \tag{16}$$

$$\xi^3 - 0.6726 \xi^4 = 1.267 (\varepsilon / Pr) \tag{17}$$

其中

$$\xi = \Delta / \delta, \delta = 2.749 B Re^{-0.5}, \varepsilon = \left(\int_0^x q dx\right) / qx.$$

得到

$$Nu_D = \begin{cases} 0.826 Pr^{0.46} Re_D^{0.5}; & 1.0 \leq Pr < 3.0 \\ 0.987 Pr^{0.38} Re_D^{0.5}; & 3.0 \leq Pr < 10.0 \\ 0.95 Pr^{1/3} Re_D^{0.5}; & 10.0 \leq Pr \end{cases} \tag{18}$$

将式(14)、(15)应用于壁面射流区II传热得

$$\Delta_1 \approx \frac{1}{10} \frac{\Delta^2}{\delta} \tag{19}$$

根据式(13)代入式(19)得

$$\Delta = 3.894 B^{0.76} x^{0.24} \varepsilon Re^{-0.5} Pr^{-1/3} \tag{20}$$

根据等热流条件,得到努塞尔数  $Nu$  关系式

$$Nu_D = 0.7263 (B/x)^{0.24} Re_D^{0.5} Pr^{1/3} \tag{21}$$

## 2 理论分析与实验结果比较

如图2和图3所示,我们将煤油平面射流冲击传热实验数据与本文的理论结果做比较.图中的数据是作者在北京工业大学传热实验室,对宽度  $B$  为 0.125 mm 的二维平面煤油自由表面射流冲击传热实测的结果<sup>[5]</sup>.  $Re$  较小时,没有层流向湍流的过渡发生,整个流动边界层基本处于层流状态,理论结果能够与实

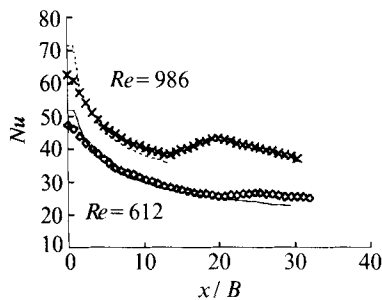


图2 局部换热比较 ( $Z/B=2$ )

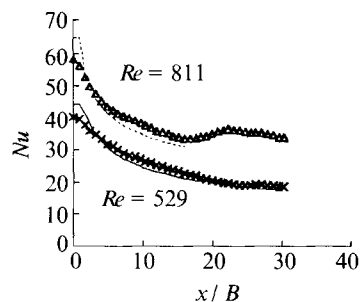


图3 局部换热比较 ( $Z/B=2$ )

验很好吻合。当  $Re$  较大时, 出现层流向湍流的过渡。在过渡发生之前, 流动为层流状态, 理论分析与实验结果一致。由于理论分析基于层流边界层, 因此分析结论仅适用于层流流动。当发生边界层由层流向湍流过渡时, 理论分析结果不再适用。

对于在一般条件下射流冲击传热过程, 工质  $Re$  较低, 流动工质在驻点区及其附近区域的流动都保持为层流边界层的情况。因此在层流边界层基础上的理论分析对一般的射流冲击过程具有一定指导意义。只对于少  $Re$  高的情况, 由于出现层流边界层向湍流的过渡, 以上分析不能应用。即使如此, 在这种可能的过渡发生之前的流动过程, 本文的理论分析仍然适用。本文的分析对于自由表面平面射流冲击传热过程, 首次从理论上进行了比较全面的分析, 分析与实验结果基本吻合。

### 参 考 文 献

- 1 Liu X, Lienhard V J H, Lombare J S. Convective heat transfer by impingement of circular liquid jets. *J Heat Transfer*, 1991, 113: 571~582
- 2 赵耀华, 马重芳. 圆形自由射流冲击任意热流密度平板时的换热分析. *北京工业大学学报*, 1989, 15(3): 7~13
- 3 Ma C F, Zhao Y H, Masuoka T, et al. Analytical study on impingement heat transfer with single-phase free-surface circular liquid jets. *Journal of Thermal Science*, 1996, 5(4): 271~277
- 4 刘惠枝, 舒宏纪编著. *边界层理论*. 北京: 人民交通出版社, 1991
- 5 Chen Y C, Ma C F, Lei D H. Forced convective heat transfer with impinging slot jets of meso-scale, accepted by *Experimental Thermal and Fluid Science*

## Analytical Study on Impingement Heat Transfer with Free-Surface Slot Liquid Jets

Ma Chongfang

( College of Environment and Energy Engineering, Beijing Polytechnic University, Beijing, 100022 )

Chen Yongchang

( Energy & Power Engineering School Xi'an Jiaotong University, Xi'an, 710049 )

**Abstract** An analytical research was conducted to investigate heat transfer from target surface to impinging free-surface slot jets. The laminar hydraulic and thermal boundary layers were analyzed using integral method. Heat transfer coefficients were provided both in stagnation zone and wall jet zone. Good agreement was obtained between the present analytical results and the experimental data from reference.

**Keywords** planar jet, jet impingement heat transfer, theoretical analysis of boundary layer